



7. Características de funciones

Las funciones estudian la relación entre dos variables x e y , donde x es la variable independiente y la y la variable dependiente.

Se expresaría: $y = f(x)$

Muy importante remarcar que para que sea una función

PARA CADA VALOR DE x EXISTE UN ÚNICO VALOR DE y

Se representan en unos EJES CARTESIANOS:

⇒ Eje horizontal es el eje X llamado también eje de ABCISAS.

⇒ Eje vertical es el eje Y llamado también eje de ORDENADAS.

Cada eje puede ir en una escala diferente.

ESTUDIO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Vamos a ver unos pasos que haremos en orden para estudiar la gráfica de una función:

1.- DOMINIO de una función:

El dominio de una función es donde está definida la función, todos los valores posibles que puede tomar la variable x donde exista la función.

Para el dominio solo se mira el EJE X .

Se expresa: $D[f(x)] = \{ \forall x \in \mathbb{R} \text{ en los que existe valor en } y \}$



2.- RECORRIDO de una función:

Todos los valores de y que puede tomar la función.

Para el recorrido solo se mira el EJE Y .

Se expresa: $R = \{\text{valores que puede tomar } y\}$

3.- PUNTO DE CORTE en los EJES CARTESIANOS

Tenemos dos ejes, y la función puede cortar en un eje, en los dos o en ninguno.

⇒ **EJE X:**

Gráficamente se observa donde corta la función al eje X y colocamos las coordenadas $(x,0)$.

Analíticamente igualamos a cero la función y obtenemos los valores de x :

$y=0$

⇒ **EJE Y:**

Gráficamente se observa donde corta la función al eje Y y colocamos las coordenadas $(0,y)$.

Analíticamente sustituimos en la función por $x=0$ y obtenemos el valor de

$y: x=0$

4.- MONOTONIA (CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO)

Gráficamente: Se observa la función de izquierda a derecha observando cuando crece y cuando decrece, y colocándolo en intervalos (solo los valores del eje X).

Analíticamente: en secundaria solo podéis obtener los intervalos de crecimiento y decrecimiento observando la gráfica de la función. En bachillerato si que se puede realizar analíticamente mediante lo que se conocen como derivadas de funciones.

5.- MÁXIMOS Y MÍNIMOS ABSOLUTOS Y RELATIVOS

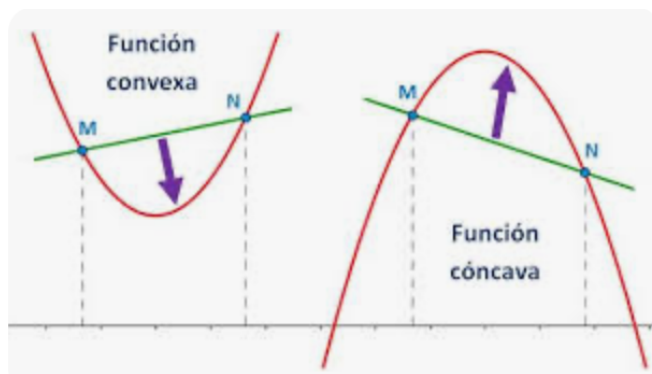
Gráficamente: Se observa la función, donde aparece en forma de curva como una montaña es un máximo, de todos los máximos que aparecen el que tiene el valor de **y** mayor es el MÁXIMO ABSOLUTO y los otros menores que él son los MÁXIMOS RELATIVOS. Donde aparece una curva en forma de hoyo, es un mínimo, de todos los mínimos que aparecen el que tiene el valor de **y** menor es el MÍNIMO ABSOLUTO y los otros con valores de y mayores que él son los MÍNIMOS RELATIVOS. Se expresan poniendo las coordenadas donde se encuentran los puntos máximos y mínimos: $M(x,y)$. $m(x,y)$



Analíticamente: en secundaria solo podéis obtener los MÁXIMOS y MÍNIMOS observando la gráfica de la función. En bachillerato si que se puede realizar analíticamente mediante lo que se conocen como derivadas de funciones.

6.- CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD

Gráficamente: Se observa la función y se expresa en forma de intervalo colocando solo los valores del eje X.



Analíticamente: en secundaria solo podéis obtener la concavidad y convexidad observando la gráfica de la función. En bachillerato si que se puede realizar analíticamente mediante lo que se conocen como derivadas de funciones.

7.- PUNTOS DE INFLEXIÓN

Los puntos de inflexión son puntos de la gráfica donde la función pasa de cóncava a convexa o de convexa a cóncava.

Gráficamente: Se observa en la gráfica y se indican las coordenadas del punto de inflexión P.I. (x,y)

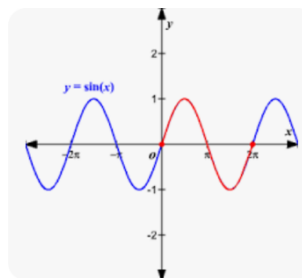


Analíticamente: en secundaria solo podéis obtener los puntos de inflexión observando la gráfica de la función. En bachillerato si que se puede realizar analíticamente mediante lo que se conocen como derivadas de funciones.

8.- PERIODICIDAD

Gráficamente observar si la función se repite constantemente a lo largo del eje X.

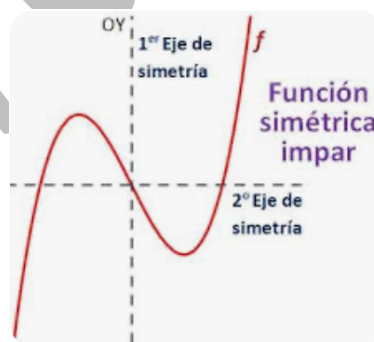
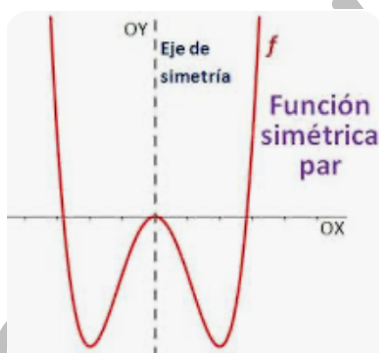
Un ejemplo de función periódica sería:



9.- SIMETRÍAS

Una función puede no ser simétrica, o ser simétrica respecto al EJE Y (simetría par) o respecto a las bisectrices de los ejes cartesianos (simetría impar).

Gráficamente: se observa y se indica si es o no simétrica, y si lo es si es simétrica par o impar. Algunos ejemplos:



Analíticamente:

⇒ Simetría Par: son los valores de x que cumplen: $f(-x) = f(x)$

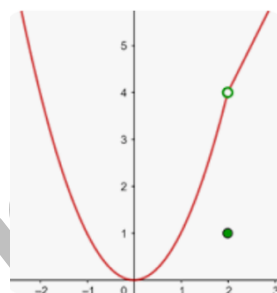
⇒ Simetría Impar: son los valores de x que cumplen: $f(-x) = -f(x)$

10.- CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD

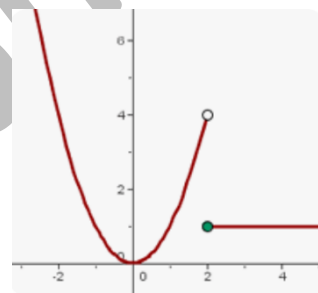
Una función es CONTINUA cuando al dibujarla gráficamente no levantamos el lápiz del papel, en caso contrario es DISCONTINUA.

Hay varios tipos de discontinuidades:

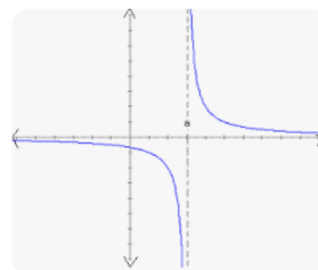
⇒ Discontinuidad Evitable: que se indicaría como $x=\text{punto}$ donde se puede evitar.



⇒ Discontinuidad de Salto Finito: se indicaría el intervalo o intervalos donde hace los saltos finitos, solo indicando los valores del EJE X.



⇒ Discontinuidad de Salto Infinito: se indicaría observando el eje X donde se encuentra la discontinuidad de Salto Infinito.

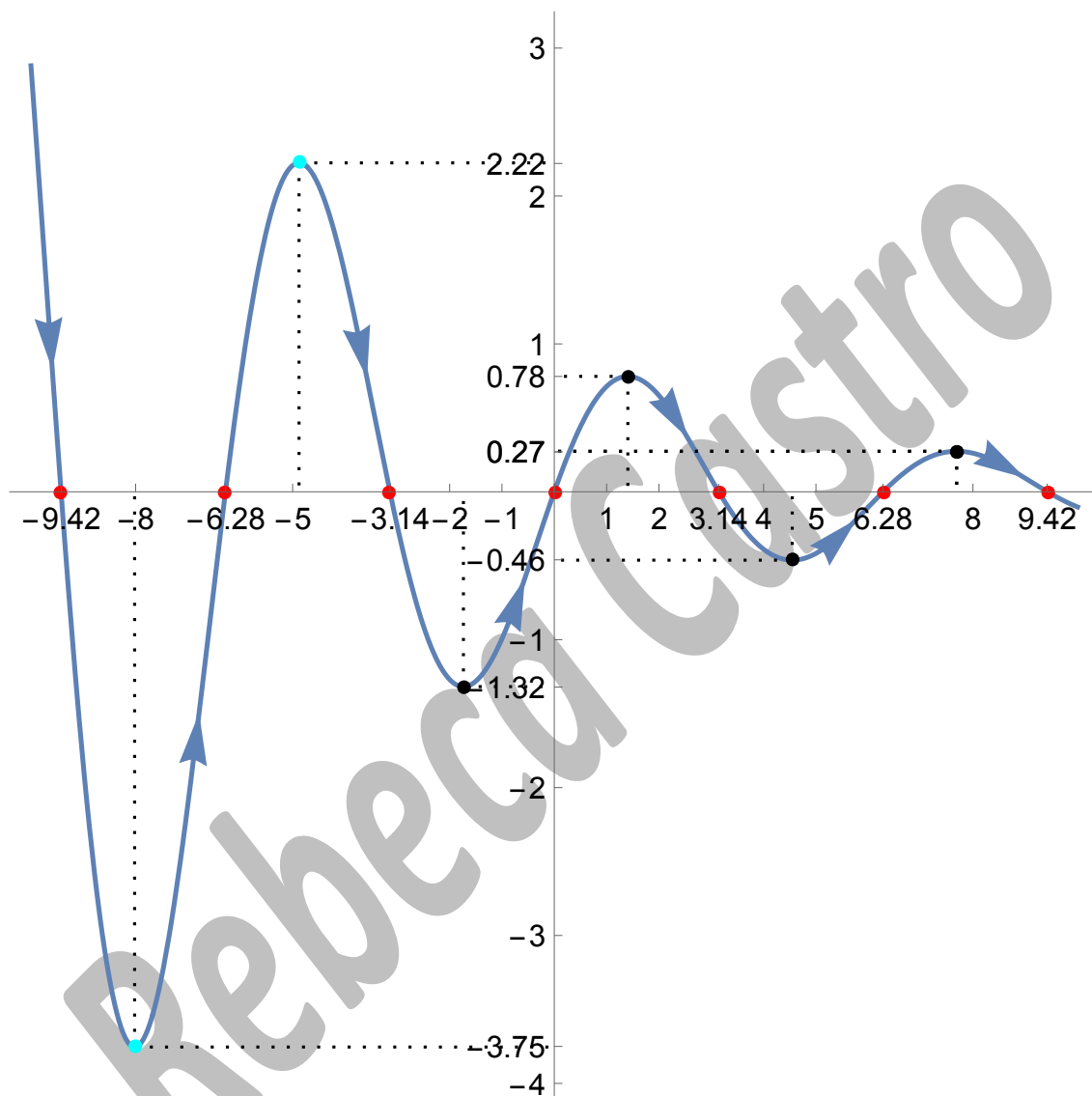


Realizando los 10 pasos tenemos realizado el estudio de las características de una función.

EJEMPLO ESTUDIO CARACTERÍSTICAS

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Vamos a analizar las características de la siguiente función:



Pasamos a realizar el estudio de los 10 pasos.



1.- DOMINIO de una función:

El dominio de una función es donde está definida la función, todos los valores posibles que puede tomar la variable **x** donde exista la función.

Para el dominio solo se mira el EJE X.

$$D[f(x)] = \mathbb{R}$$

2.- RECORRIDO de una función:

Todos los valores de y que puede tomar la función.

Para el recorrido solo se mira el EJE Y.

$$R = (-3,75, +\infty)$$

3.- PUNTO DE CORTE en los EJES CARTESIANOS

Tenemos dos ejes, y la función puede cortar en un eje, en los dos o en ninguno.

⇒ **EJE X:**

Gráficamente se observa donde corta la función al eje X y colocamos las coordenadas (x,0).

(-9,42, 0). (-6,28, 0). (-3,14, 0). (0, 0) (3,14, 0). (6,28, 0). (9,42, 0)

⇒ **EJE Y:**

Gráficamente se observa donde corta la función al eje Y y colocamos las coordenadas (0,y).

(0, 0)



4.- MONOTONIA (CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO)

Gráficamente: Se observa la función de izquierda a derecha observando cuando crece y cuando decrece, y colocándolo en intervalos (solo los valores del eje X).

CRECIMIENTO: $(-8, -5) \cup (-2, 1,5) \cup (4,5, 8)$

DECRECIMIENTO: $(-\infty, -8) \cup (-5, -2) \cup (1,5, 4,5) \cup (8, +\infty)$

5.- MÁXIMOS Y MÍNIMOS ABSOLUTOS Y RELATIVOS

Gráficamente: Se observa la función, donde aparece en forma de curva como una montaña es un máximo, de todos los máximos que aparecen el que tiene el valor de **y** mayor es el MÁXIMO ABSOLUTO y los otros menores que él son los MÁXIMOS RELATIVOS. Donde aparece una curva en forma de hoyo, es un mínimo, de todos los mínimos que aparecen el que tiene el valor de **y** menor es el MÍNIMO ABSOLUTO y los otros con valores de y mayores que él son los MÍNIMOS RELATIVOS. Se expresan poniendo las coordenadas donde se encuentran los puntos máximos y mínimos: $M(x,y)$. $m(x,y)$

M.A. $(-5, 2,22)$

M.R. $(1,5, 0,78)$ i $(8, 0,27)$

m.A. $(-8, -3,75)$

m.R. $(-2, -1,32)$ i $(4,5, -0,46)$

6.- CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD

Gráficamente: Se observa la función y se expresa en forma de intervalo colocando solo los valores del eje X.

CONCAVA: $(-6,28, -3,14) \cup (0, 3,14) \cup (6,28, 9,42)$

CONVEXA: $(-9,42, -6,28) \cup (-3,14, 0) \cup (3,14, 6,28)$



7.- PUNTOS DE INFLEXIÓN

Los puntos de inflexión son puntos de la gráfica donde la función pasa de cóncava a convexa o de convexa a cóncava.

Gráficamente: Se observa en la gráfica y se indican las coordenadas del punto de inflexión P.I. (x,y)

P.I. : (-6,28, 0). (-3,14, 0). (0, 0) (3,14, 0). (6,28, 0)

8.- PERIODICIDAD

Gráficamente observar si la función se repite constantemente a lo largo del eje X.

NO ES PERIÓDICA

9.- SIMETRÍAS

Una función puede no ser simétrica, o ser simétrica respecto al EJE Y (simetría par) o respecto a las bisectrices de los ejes cartesianos (simetría impar).

Gráficamente: se observa y se indica si es o no simétrica, y si lo es si es simétrica par o impar.

NO ES SIMÉTRICA.

10.- CONTINUIDAD Y DISCONTINUIDAD

Una función es CONTINUA cuando al dibujarla gráficamente no levantamos el lápiz del papel, en caso contrario es DISCONTINUA.

ES CONTINUA.



Rebeca Castro