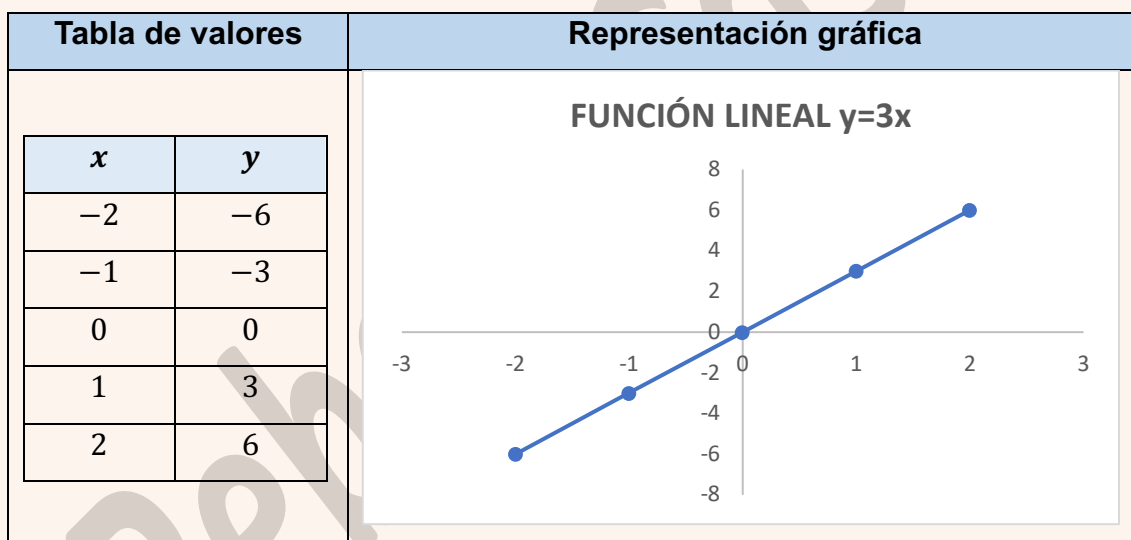


8. Funciones elementales

8.1. Función lineal ($y = m x$)

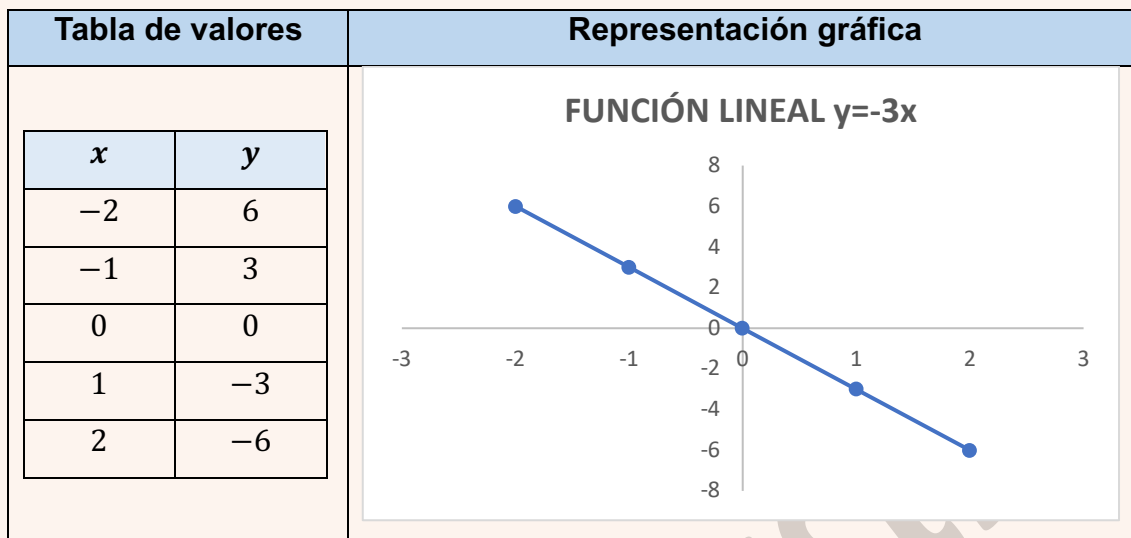
- Es una función de PROPORCIONALIDAD.
- Se representa mediante una recta que pasa por el (0,0)
- Si m es POSITIVA la función es CRECIENTE
- Si m es NEGATIVA la función es DECRECIENTE

$$y = 3x$$



Como $m = 3$ es positiva, entonces es creciente.

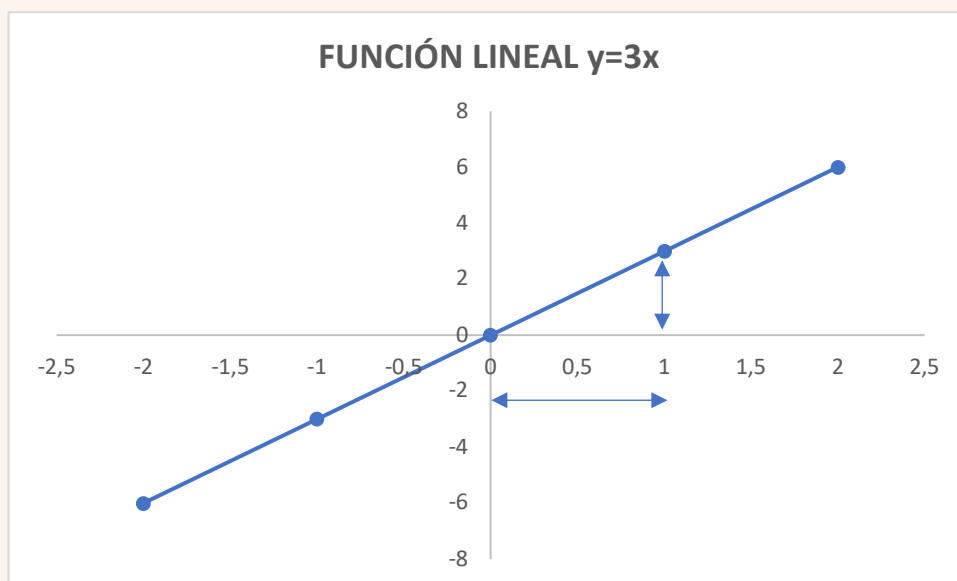
$$y = -3x$$



Como $m = -3$ es negativa, entonces es decreciente.

8.1.1. Obtención de la pendiente m a partir de la gráfica de la función

Tenemos que obtener un triángulo sobre la gráfica e indicar los valores de Δx y de Δy , ya que el valor de la pendiente es $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



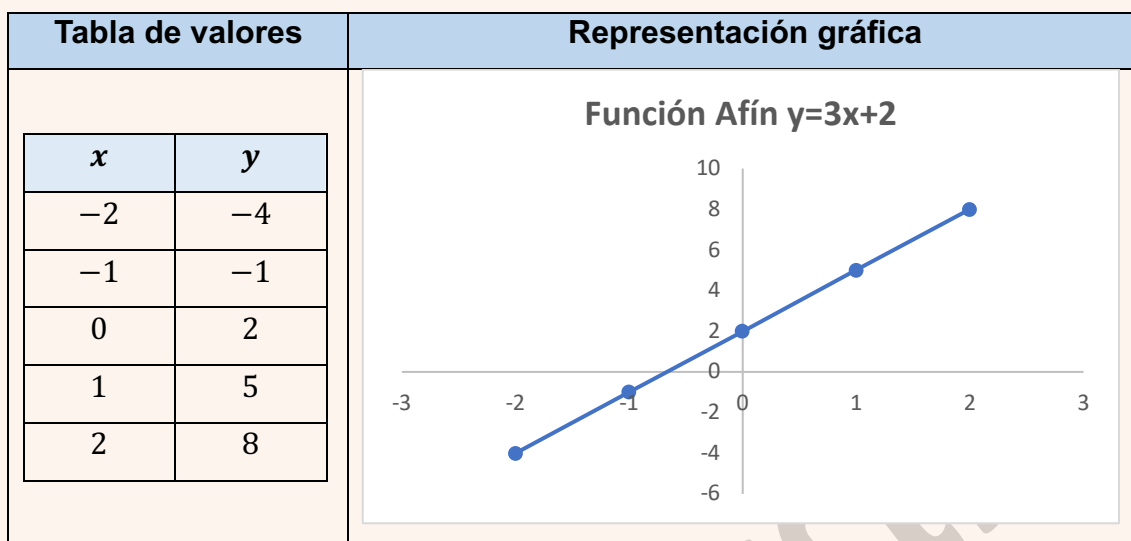
Observamos en este gráfico que $\Delta x = 1$ y $\Delta y = 3$ por lo que:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

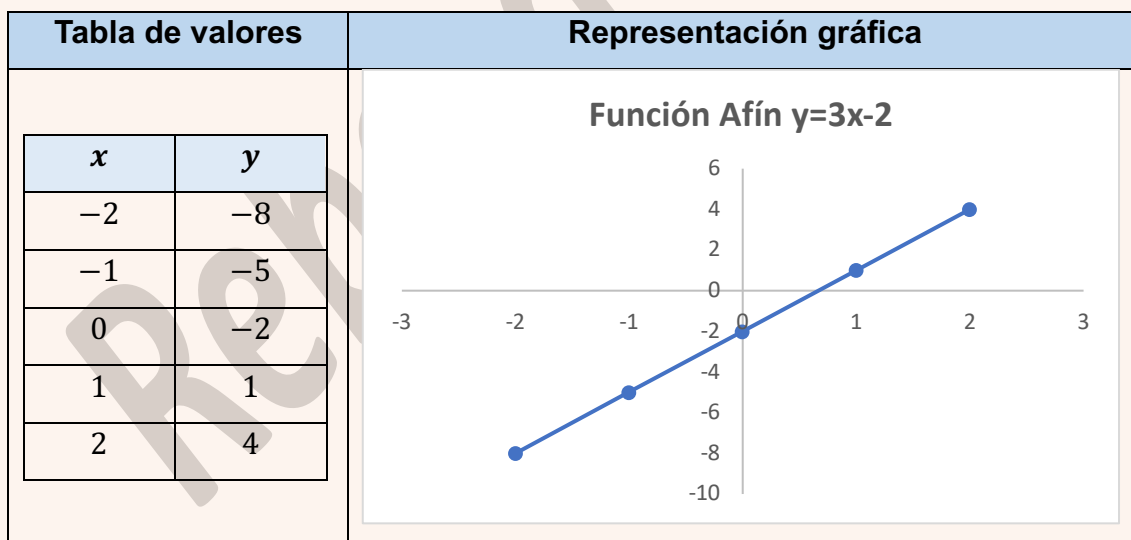
8.2. Función afín ($y = m x + n$)

- Es una función de con una pendiente (m) y una ordenada al origen (n). La pendiente es lo mismo que en la Función Lineal y la ordenada al origen indica el corte de la función con el eje OY.
- Se representa mediante una recta que pasa por el (0,n)
- Si m es POSITIVA la función es CRECIENTE
Si m es NEGATIVA la función es DECRECIENTE

$$y = 3x + 2$$



$$y = 3x - 2$$



8.2.1. Obtención de la pendiente m y n a partir de la gráfica de la función

Tenemos que obtener un triángulo sobre la gráfica e indicar los valores de Δx y de Δy , ya que el valor de la pendiente es $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Y n ordenada al origen indica el punto de corte con el eje OY, sería $(0, n)$.

8.2.2. Obtención de la ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Dados dos puntos $P(p_1, p_2)$ y $Q(q_1, q_2)$ obtendremos la ecuación de la recta que pasa por esos dos puntos siguiendo los siguientes pasos:

1. Obtener el valor de la **pendiente** m a partir de la fórmula:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{q_2 - p_2}{q_1 - p_1}$$

2. Obtener el valor de n sustituyendo uno de los puntos en la función:

$$y = m x + n$$

Dados los puntos $P(3, -2)$ y $Q(1, 4)$ la función afín la obtenemos:

$$m = \frac{1 - 3}{4 - (-2)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

Por lo que:

$$y = -\frac{1}{3}x + n$$

Para obtener el valor de n cogemos uno de los puntos, por ejemplo $P(3, -2)$ y sustituimos los valores de x e y :

$$-2 = -\frac{1}{3}(3) + n$$

$$-2 = -1 + n$$

$$n = -2 + 1 = -1$$

Así que la función afín que pasa por los puntos $P(3, -2)$ y $Q(1, 4)$ es

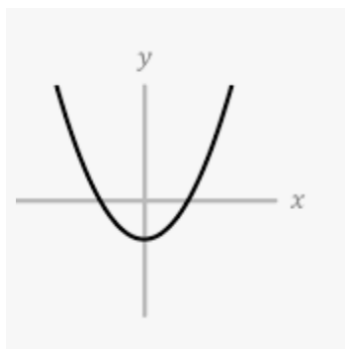
$$y = -\frac{1}{3}x - 1$$

8.3. Función cuadrática ($y = ax^2 + bx + c$)

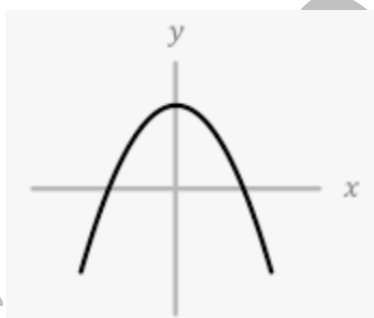
Para poder representar las funciones cuadráticas realizamos 4 pasos:

1. Nos fijamos en el **signo de a** : si es POSITIVO es CONVEXA, si es NEGATIVO es CÓNCAVA.

$$a > 0$$



$$a < 0$$



2. Calculamos la componente x del VÉRTICE $x_v = \frac{-b}{2a}$ y luego se sustituye en $y = ax^2 + bx + c$ para obtener y_v . De esta forma obtenemos el vértice de la función cuadrática (parábola): $V(x_v, y_v)$.

3. Calculamos los **puntos de corte** con cada uno de los ejes:

- ☐ EJE OX: sustituir $y = 0$ y obtener el valor o valores de x .
- ☐ EJE OY: sustituir $x = 0$ y obtener el valor de y .

4. Realizar una **tabla de valores**.

Con todos los datos de los 4 pasos se representa la gráfica de la función cuadrática.



Tenemos la función cuadrática $y = x^2 - x - 6$:

$$a = 1$$

$$b = -1$$

$$c = -6$$

Pasamos a realizar los 4 pasos:

1. $a = 1$ es positivo por lo tanto su forma es CONVEXA

2. Calculamos el VÉRTICE:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

Sustituimos este valor de x en la función cuadrática original:

$$y_v = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) - 6 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 6 = \frac{-25}{4}$$
$$V\left(\frac{1}{2}, \frac{-25}{4}\right)$$

3. Puntos de corte con los EJES:

□ EJE OX: sustituimos $y = 0$

$0 = x^2 - x - 6$ que es una ecuación de segundo grado que resolvemos obteniendo las soluciones $x_1 = 3$ y $x_2 = -2$.

Puntos de corte en el EJE X: $(3, 0)$ y $(-2, 0)$.

□ EJE OY: sustituimos $x = 0$

$$y = 0^2 - 0 - 6 = -6$$

Punto de corte en el EJE Y: $(0, -6)$.

4. Realizamos tabla de valores colocando también los puntos obtenidos en el apartado 2 y 3.

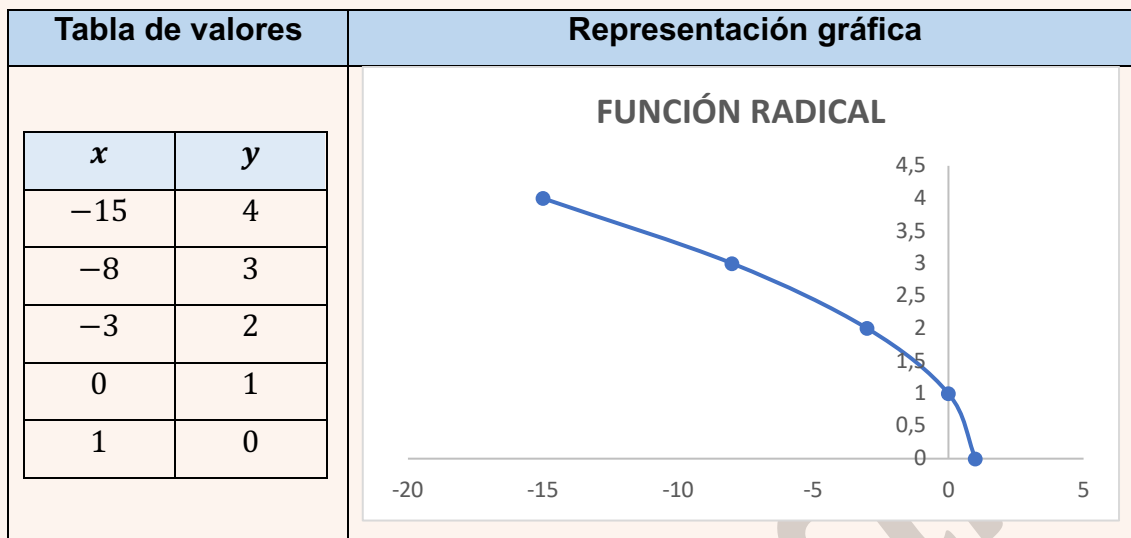


8.4. Función radical ($y = a\sqrt{x + b}$)

Se representa mediante trozos de parábolas cuyo eje de simetría es el eje X o paralelo a él.

- ☐ Si x tiene signo positivo la curva va hacia la derecha; y si tiene signo negativo la curva va hacia la izquierda.
- ☐ Si a es positivo la curva está por encima del eje X; y si es negativo está por debajo. Cuanto mayor sea $|a|$ más rápidamente crece / decrece la curva.
- ☐ El valor de b hace que se traslade b unidades a la derecha o a la izquierda dependiendo del signo de la x y de la b .

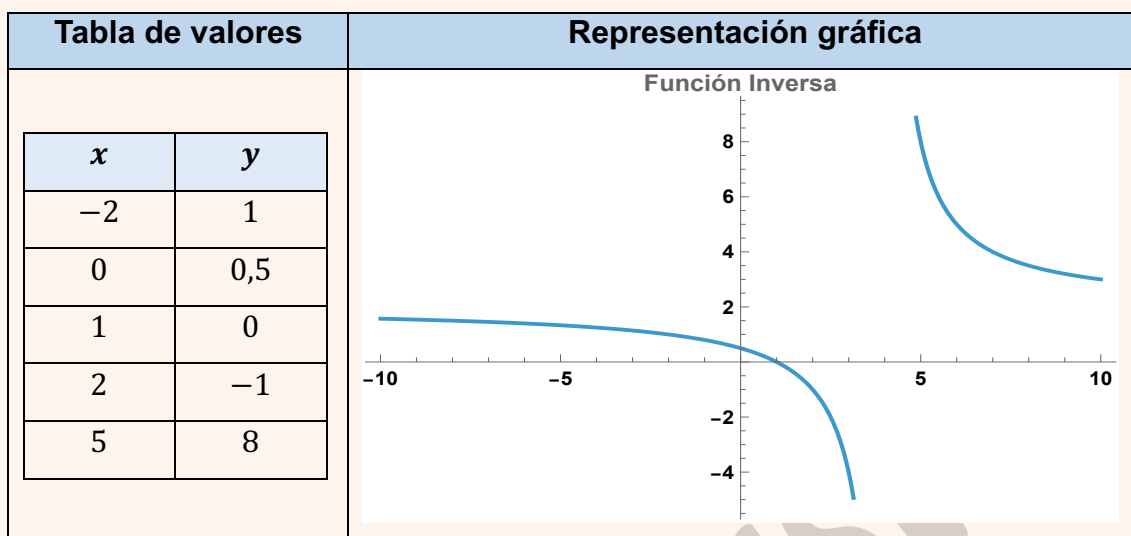
$$y = \sqrt{-x + 1}$$



8.5. Función inversa ($y = k/x$)

- ☐ No está definida para $x = 0$.
- ☐ Si x se acerca a 0, y coge valores cada vez mayores. Por eso decimos que el eje Y es una **asíntota vertical**.
- ☐ Si x coge valores cada vez mayores, y se acerca a 0. Por eso decimos que el eje X es una **asíntota horizontal**.
- ☐ No corta los ejes de coordenadas.
- ☐ Si $k > 0$ la función es toda **decreciente**. Si $k < 0$ la función es toda **creciente**.
- ☐ Su **dominio** es $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.
- ☐ Si tienen la forma $y = \frac{k}{x-a} + b$, la a hace que se desplace la asíntota vertical a unidades y la b hace que se desplace la asíntota horizontal b unidades. En este caso donde no está definida la función es donde se anula el denominador ($x = a$).

$$y = \frac{6}{x-4} + 2$$



8.6. Función exponencial ($y = a^x$)

$a > 1$	$0 < a < 1$
☐ Son continuas. ☐ El dominio es $\mathbb{R}$. ☐ Pasa por $(0, 1)$ y $(1, a)$. ☐ Es creciente, creciendo más rápido cuanto mayor sea a .	☐ Son continuas. ☐ El dominio es $\mathbb{R}$. ☐ Pasa por $(0, 1)$ y $(1, a)$. ☐ Es decreciente, decreciendo más rápido cuanto más próximo a 0 sea a .



$$y = 2^x$$

